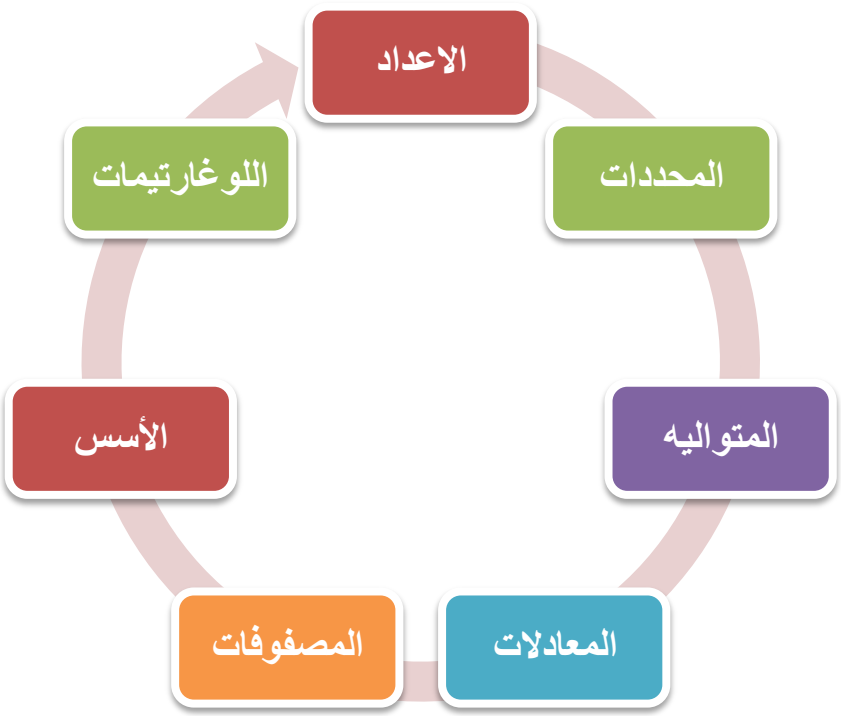


" مقدمه "

أن هذا الكتاب. تلخيص لكتاب الدكتور معوض الفلاح المشارك بجامعة الامام بقسم علم النفس وهذا الكتاب يدرس للمستوى الاول لعلم النفس للطلاب / والطالبات..ولم أكن اتوقع أن أكتب هذا الكتاب فقد كنت أكتب الدروس لي شخصياً فقط للمذاكرة والترسيخ الذهني.ثم وجدت نفسي بالاخير قد كونت كتاب مختصر يتكلم عن كل الوحدات.مع بعض الاظافات والتوظيح البصيط وهذه الاظافات كنت أظعها كمرجع لي عند المراجعه حتى لاتنسى ومن المعروف مادة الرياضيات تعتمد على العصف الذهني أي التفكير فإن لم تفهم فلاتستطيع الحل. وعلى ذالك أعدت ترتيب هذا الكتيب البصيط بالتنسيق والتفريق بين الوحدات وترتيب الحلول بالالوان " تمهيداً لنشره " والقصد من ذالك نفع المسلمين وأخواني الطلاب ، وأعتذر عن أي خطاء وارد في هذا الكتيب ، والله الموفق والهادي الى سواء السبيل.

الطالب / فهد مخلف هملان الشمري

١٠ / ٢ / ١٤٣٢
dr.7@msn.com

فهرس الكتاب

١ ..... المقدمه
٢ ..... أنواع الاعداد
٣ ..... الاسس واللوغارتيمات
٤ ..... تبصيط المقادير الجبريه
٩ ..... مجموع قوى الاعداد الطبيعيه
١٤ ..... المتواليه الحسابيه
١٧ ..... المحددات
٢١ ..... المصفوفات
٢٧ ..... المعادلات
٢٩ ..... خاتمه

" الدرس الاول أنواع الاعداد "

الوحده الاولى:

الاعداد: يعتبر العدد النواة الأساسيه للرياضيات والاحصاء، لذالك سوف نهتم بمعرفة بعض المفاهيم الخاصه بالعدد.

١- أنواع الاعداد:

أ- **الاعداد الطبيعيه:** وهي مجموعة الاعداد الصحيحه الموجبه ومضاعفاتها من الصفر الى التسعه (٠.١.٢.٣.٤.٥.٦.٧.٨.٩) أما أذا كانت الاعداد صحيحه وسالبه تسمى أعداد صحيحه مثل (-١.-٢.-٣.-٤.-٥.-٦.-٧.-٨.-٩).

ب- **الاعداد النسبية:** هي جميع الاعداد الموجبة والسالبه والتي يمكن وظعها على صورة كسر يعني له بسط ومقام كما يلي (٥/٤) ، (-٩/٨).

ت- **الاعداد الغير نسبيه:** وهي الاعداد التي لايمكن وظعها على صورة كسر له بسط ومقام مثل √٥ أو √١٠.

ث- **الاعداد الحقيقيه:** وهي جميع الاعداد الموجبه والسالبه والنسبيه والغير نسبيه ومحصورة بين سالب مالا نهاية وموجب مالا نهاية مارا بالصفر.

تمرين جانبي للعدد

حدد نوع العدد التالي -٦ ، ١٢ ، (٩/٥)

الحل/ العدد -٦ عدد صحيح و ١٢ عدد طبيعي و (٩/٥) عدد نسبي.

٢- القيمه المطلقه للعدد:

لكل عدد قيمه مطلقه. هي عبارة عن القيمه الموجبه للعدد بغض النظر عن اشارته ، ويرمز للقيمه المطلقه لاي عدد بالرمز | | فمثلا القيمه المطلقه للعدد —١٠ هي | —١٠ | = ١٠ وهاكذا لجميع الارقام !

تمرين جانبي للقيمه المطلقه

حد نوع العدد التالي -١٢

الحل/ العدد -١٢ = | -١٢ | = ١٢ هو القيمه المطلقه للعدد.

٣- الثابت والمتغير:

المتغير: هو المقدار الذي ياخذ قيمه عدديه مختلفه وتختلف قيمه لمجموعه من الافراد مثل متغير العمر لمجموعة طالبات أو درجات الطلاب.

الثابت : هو المقدار الذي ياخذ قيمه ثابته لاتتغير.فمثلا درجة أحد الطلاب في مقرر الرياضيات ثابته لانها وحيده لاتتغير

" الاسس واللوغاريتمات "

أذا أفترضنا المقدار س٥ فان س تسمى أساس و٥ تسمى أسس أو قوة. أما اللوغاريتم لأي أساس فهو ذالك الاس الذي يرفع له الاساس ، ولذالك فان لوغاريتم المقدار س٥ = لو س٥ =الاساس٥

" أهم قواعد الاسس واللوغاريتمات "

١- الاسس:

أ- قانون الضرب في الاسس: أذا تم ضرب عدة أساسات متشابهة ولها أسس مختلفة ، فان الناتج يساوي الاساس مرفوع لحاصل جمع الاسس المختلفه
مثال: س٥ X س٢ = س٧ فقانون الظرب بالاسس يعرف بجمع الاسس

ب- قانون القسمه في الاسس: أذا تم قسمة أساس على أساس متشابهة ولهما أسس مختلفة فان الناتج يساوي الاساس مرفوع لاسس البسط — أسس المقام
مثال: س٨/س٢ = ٨ — ٢ = س٦ فقانون القسمه بالاسس يعرف بطرح الاسس

ت- قانون أس الاس: أذا كان أساس مرفوع لأس والكل مرفوع لاس أخر.فان الناتج يساوي الاساس مرفوع لناتج ضرب الاسس في بعضها
مثال: (س٥) ٢ = س١٠ لذالك يعرف قانون اس الاس بظرب الاساس المرفوع للاس الاخر.

٢- الوغاريتمات:

أ- قانون الظرب في اللوغاريتمات: لوغاريتم حاصل ضرب عدة مقادير = مجموع لوغاريتمات هذه المقادير فمثلا لو س ص = لوس + لوص.....
مثال أخر أوجد ناتج الاتي: لو س ص ع . الناتج = لوس + لو ص + لوع

ب- قانون القسمه في اللوغارتيمات: لوغاريتم قسمة مقدارين = لوغاريتم البسط — لوغاريتم المقام

ت- لوغاريتم أي عدد س مرفوع للأس ن = ن مظروبه في لوغاريتم المقدار س مثلا لو(س٥)٢ = ١٠ لو س

راح تمر بحاجات غريبه أذا ماعرفتها من الاحين ماراح تعرفها بعدين وهي

١- البصط والمقام وهو :

$$\frac{\text{٣س٣}}{\text{٣س-٢}}$$

الي فوق بصط والي تحت بالون الاحمر يسمى مقام وكذالك يمكن يجي كذا (٣س٣/٣س-٢)

٢- المقادير وهي: +٥س٢ هذا يسمى مقدار كامل يعني الاشارات تفصل المقادير ممكن تاتي عدة مقادير لاكن أنت تعرف المقدار أذا فصلة الحد الاشارة

٣- اللوغاريتم: هذا واحد من الناس كان دافور في الرياضيات فصارت المسائل باسمه وأختصارها لو *_^ عبيط

٤- الاساس والاسس ٥س٢ ٥أساس ٢ أسس أو قوى تسمى

" تبسيط المقادير الجبريه "

الجمع والطرح الجبري للمقادير:

أي جمع وطرح الحدود المتشابهة ذات الاساسات الحبريه الواحده والقوى والاسس الواحدة طبقا للإشارات التي بينهما ولذالك لابد من التذكير بقاعدة الاشاارات.

قاعدة الاشارات بالنسبه للجمع والطرح للمقادير الجبريه: أذا تشابهة الاشارات نجمع ونضع الاشارة الموجود بالتمرين..أما أذا أختلفة الاشارات فإننا نطرح ونظع أشارة الرقم الكبير فمثلا:

٥ + ٦ = ١١ ـــ ٥ ـــ ٦ = ـــ ١١

٨ ـــ ٢ = ٦ ١٠ ـــ ١٢ = ـــ ٢

ـــ ٨ ـــ ٢ = ـــ ١٠ ـــ ٨ + ٤ = ـــ ٤

ـــ ١٠ + ١٢ = ٢ ـــ ٨ + ١٥ = ٧

ولذالك فان: س ٣+ص ـــ ٦س +٢ص = ـــ٥س +٥ص

وطبعا إذا كانت الحدود الجبريه مختلفة في الاساسات أو القوة فلا يمكن جمعها أو طرحها فمثلا ٥س٢ + ٣س٦ لايمكن جمعها لاختلاف الاسس أما أذا كانت ٥س٦ + ٣س٦ فإن الناتج = ٨س٦

قاعدة الاشارات بالنسبه للظرب والقسمه للمقادير الجبريه: أذا تم ضرب وقسمة مقدارين جبريين فإن أشارة الناتج تكون موجبه أذا تشابهة الاشارات بمعنى +٢ X +٢ = +٤ و ـــ٣ X ـــ٣ = +٩ وكذالك نفس الشيء للقسمه فمثلا +٢ ÷ +٢ = +١ و ـــ٣ ÷ ـــ٣ = +١ .. طيب لو أختلفة الاشارات ماذا نظع ؟ أذا أختلفة الاشارات يكون الجواب بالسالب بمعنى ـــ٢ X +٢ = ـــ٤ و +٣ X ـــ٣ = ـــ٩ وكذالك الامر بالنسبه للقسمه.

تمارين على الطايرلقاعدة الظرب والقسمه في أختلاف الاشارات:

١. ـــ٥ X ـــ٤ = ٢٠
٢. (ـــ٥ / ـــ٤) = ١,٢٥
٣. ـــ ٥ X ٤ = ـــ٢٠
٤. (ـــ٤/٥) = ـــ ١,٢٥

" بعض الامثلة في تبسيط المقادير الجبريه "

١- أوجد ناتج الاتي:

ـــ٥س٦ +٣س٦ ـــ٨س٣ +٣س٣ +٢س٦ +٥س٣ + ٦

الحل: شوف ياطويل العمر تذكر أول تعريف للمقادير الجبريه في الصفحة ٣ فوق يقول نجمع ونطرح الحدود المتشابه ذات الاساسات والاسس الواحده طبقا للإشارات التي بينهم يعني يكون الحل:

نجمع الحدود المتشابهة مع بعضها حدود من ذات الاسس ٦ أولا وحدود من ذات الاس ٣ ثانيا يعني يكون التالي:

حدود ذات الاسس ٦

ـــ٥س٦ +٣س٦ +٢س٦ = ـــ٥س٦ +٥س٦ = صفر وبالرجوع الى قاعدة الاشاارت راح تعرف كل فعلناه هنا

حدود من ذات الاسس٣

ـــ٨س٣ +٣س٣ +٥س٣ = ـــ٨س٣ +٨س٣ = صفر

وعلى ذالك يكون الناتج النهائي = صفر + صفر + ٦ = ٦

٢- أوجد ناتج التمارين الاتيه

(٥س٦ + ٣س٥ /٤س٢)

الحل: نقوم بتوزيع المقام ٤س٢ ويصبح مقام لكل حد من حدود البسط كما يلي:

$$\frac{٥س٦}{٤س٢} + \frac{٥}{٤}س٤ + \frac{٣}{٤}س٣ = \frac{٣س٥}{٤س٢}$$

الذي حصل أننا طبقنا قاعدة القسمه في الاسس التي تم توظيحها في السابق وهي((أذا تم قسمة أساس على أساس متشابهة ولهما أسس مختلفة فان الناتج يساوي الاساس مرفوع لاسس البسط ـــ أسس المقام))

ويمكن كتابة الناتج أو صيغة الحل كما يلي = ١.٢٥ س٤ + ٠.٧٥ س٣ أجرى القسمه في البسط والمقام وطرح الاسس.

٣- اوجد ناتج الاتي

أ- ـــ ٨س٦ / ٤س٢ = (٨/٤س ٦ـــ٢) = ٢ س٤ ⟵ قسم ٨ على ٤ و٦ ناقص ٢ وتخلى عن س واحده وأستخدم الـ س الاخرى للناتج طبعا الحل طبقا لقواعد الاشارات .

ب - (٥س٢/٢س)

الحل:

$$\frac{٥س٢}{٢س} = ٢.٥س$$ تم تقسيم ٥ على ٢ وطرح ٢ على س أي س تحسب ١ طبعا الحل طبقا لقواعد الاشارات السابقه

ت- (٤س٢ + ٢س٥ / س٣)

الحل:

$$\frac{٤س^{٢}}{س^{٣}} + \frac{٢س^{٥}}{س^{٣}} = ٤س^{١} + ٢س^{٢}$$

نفس عمليات التمارين السابقه لاكن رفع الاساس وطرح الاسس فقط

ح- **٥س٣ +٣س٦ —٣س٣ —٣س٣ +٢س٦ —س٦**

الحل:

نجمع الحدود المتشابهة وهي حدود ذات الاسس ٣مع بعضها ثم حدود ذات الاسس ٦ مع بعضها

١- حدود ذات الاسس ٣ = — س٣

٢- حدود ذات الاسس ٦ = ٤س٦

الناتج النهائي = ٤س٦ — س٣

ج – **ظع الاتي في أبسط صورة**:

لو ٢ — لو٤ +لو (٢/٤)

الحل:

لو٢ — لو٤ + (لو ٤ — لو٢)

لو٢ — لو٤ + لو ٤ — لو ٢ = صفر

خ- **لو (س ص٢)٣ س٥ ع٢**

الحل:

= لو س٣ ص٦ س٥ ع٢

= لوس٨ ص٦ ع٢

= لوس٨ + لوص٦ + لو ع٢

= ٨ لوس + ٦ لوص + ٢ لو ع

هـ - **(لوس٢ ص —٣ ع) — ٤**

الحل:

= لو س — ٨ ص١٢ ع —٤

= — ٨ لو س + ١٢ لو ص — ٤ لو ع

أمثله ظع المقادير التاليه في أبصط صورة::

(١) ٣س٥ + ٩س ص٤ — ٣س٣ +٣س٢ — ٣/٦س—٢

الحل: نوزع المقام ٣س—٢ ليصبح مقاما لكل مقدار من مقادير البصط كما يلي:

$$\frac{٣س٥}{٣س-٢} + \frac{٩س\ ص٤}{٣س-٢} - \frac{٣س٣}{٣س-٢} + \frac{٣ص٢}{٣س-٢} - \frac{٦}{٣س-٢}$$

= س٧ + ٣س٣ص٤ ــ س٥ + ص٢ س٢ ــ ٢س٢

الاشارات تفصل الحدود عن بعضها وتم توزيع المقام لكل بسط وعلى ذالك أجريت العمليات الحسابيه للكسور.

(٢) —٨س ص٢ —٢س ص +٣س ص٢ +٣س ص +٥

الحل:

٨س ص٢ +٣س ص٢ —٢س ص +٣س ص +٥

٥س ص٢ + س ص +٥

(٣) لو (س ص٢ / ص س٢)٢

الحل:

يتم التخلص من الاقواس من خلال توزيع أسس الاقواس ٢ لكل مقدار من المقادير التي بداخل القوس كما يلي:

$$لو \frac{س٢\ ص٤}{ص٢\ س٤}$$

= لو (س—٢ ص٢)

= لوس—٢ + لوص٢

= —٢ لوس + ٢ لوص

مثال أخر أوجد ناتج الاتي:

(ـ٨س٣ ص ـ١ +٢ص س٤ ـ٩س ص٢ +٣س٥ص) / ٤ س ص٢

الحل بتوزيع المقام وأخذ كل مقطع على حده كما يلي:

$$\frac{-٨س٣ ص -١}{٤س ص٢} = -٢ س٢ ص -٣$$

$$\frac{+٢ ص س٤}{٤س ص٢} = ٥ و(ص -١ س٣)$$

$$\frac{-٩ س ص٢}{٤س ص٢} = ٢.٢٥$$

$$\frac{+٣س٥ ص}{٤س ص٢} = ٧٥ س٤ ص -١$$

الناتج الاخير يكون ـ٢س٢ ص ـ٣ +٥ص -١ س٣ - ٢.٢٥ +٧٥ س٤ ص -١

تمرينات على الوحدة الاول

١- مالفرق بين العدد الطبيعي والعدد النسبي؟

الحل: العدد الطبيعي هو العدد الصحيح الموجب من الصفر الى التسعه ومظاعفاتها..والعدد النسبي هو جميع الاعداد الموجبه والسالبه والتي يمكن وظعها على صورة كسر أيه له بصط ومقام مثل ٤/٣

٢- حدد نوع العدد التالي: ١٨ـ ١٠ . ٠ .(٨/٥) . ٥-√....الحل: الاول طبيعي والثاني القيمه المطلقه والثالث طبيعي والرابع طبيعي والخامس غير نسبي

٣- ماهي القيمة المطلقه للعدد التالي: -١٢ . -٥ الحل: -١٢ = |-١٢| = ١٢.... -٥ = |-٥| = ٥

٤- المطلوب أيجا ناتج الاتي: (س٧/س٤) ، (ص٤)٢ ، (لوب٣)٢ الحل: س٣ ، ص٨ ، (لوب٦) = ٦لوب

٥- ظع الاتي في أبصط صورة:

١- (٣س٢ +٥س٥ -٣س٥ - س٢) الحل: = ٢س٢ ٢س٥

٢- (٨س٢ص +٢س ص٢ -٤س٢ ص / ٢س ص)

الحل: نوزع المقام ٢س ص ليصبح مقام لكل حدود البصط كما يلي:

$$\frac{٨س ٢ص}{٢س ص} \quad \frac{+٢س ص٢}{٢س ص} \quad \frac{- ٤س٢ ص}{٢س ص}$$

= ٤س ص . س ص -١ . ٢س ص

" مجموع قوى الاعداد الطبيعيه + تعريفات عنها + القوانين لايجاد المجموع "

١ - مقدمه

في الوحدة السابقة الاعداد الطبيعيه هي الاعداد الصحيحه الموجبه ، وان القوى تعني الاسس، ولذاك فان الهدف في هذا الفصل هو أيجاد مجموع عدد من الاعداد الموجبه والمرفوعه للأسس ١ و ٢ و ٣ أي مجموع مجموعة من الحدود ذات الدرجه الاول للأسس ١ وذات الدرجه الثانيه للأسس ٢ وذات الدرجه الثالثه للأسس٣.ولاكن يشترط لايجاد المجموع أن تكون الحدود متتاليه كما يلي.

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ..... ن

أو

٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ .....ن

حيث يشير الحرف ن الى عدد الحدود المراد جمعها .

القوانين المستخدمه لإيجاد المجموع:

١- القانون الاول قانون الحدود ذات الدرجه الاول:

= ن (ن+١) / ٢ <<<<<< ن تعني الحد المراد جمعه ن+١ كذالك الحد المراد جمعه تزود عليه ١. / ٢ تعني القسمه بعد ظرب الحدود ببعضها

وبصيغه أخرى مشابهة للقانون :

$$\frac{\text{ن (ن+١)}}{٢}$$

٢- القانون الثاني قانون الحدود ذات الدرجه الثانيه:

= ن (ن+١)(٢ن+١) / ٦ <<<<< ن تعني الحد المراد جمعه ن+١ كذالك الحد المراد جمعه تزود عليه واحد ٢ن+١ الحد تكرره مرتين وتزود عليه ١. / ٦ تعني القسمه بعد ظرب الحدود ببعضها

وبصيغه أخرى مشابهة للقانون

$$\frac{\text{ن (ن+١)(٢ن+١)}}{٦}$$

٣- القانون الثالث قانون الحدود ذات الدرجه الثالثه:

(ن (ن+١) /٢) X (ن (ن+١) / ٢) <<<<<<< تم شرح الاجزاء في القوانين السابقه

وبصيغه أخرى مشابهة للقانون

$$\left[\frac{\text{ن (ن+١)}}{٢}\right]^{٢}$$

بعد توظيح القوانين المستخدمه في أيجاد المجموع هيا بنا الى تطبيقها عمليا على مجموعه من التمارين كما يلي

" تمارين مجموع قوى الاعداد الطبيعيه "

مثال (١) مطلوب إيجاد مجموع الحدود التاليه من ١ الى ٣٠ :

١.٢.٣.٤.٥ .....٣٠

^{2}١.^{2}٢.^{2}٣.^{2}٤.^{2}٥ .....^{2}٣٠

^{3}١.^{3}٢.^{3}٣.^{3}٤.^{3}٥ .....^{3}30

الحل:

في هذا المثال نجد أن الحدود المراد جمعها = ٣٠

الحالة الاول : وهي حالة الحدود التي لها الاس ١ معناته نستخدم أو نطبق القانون الاول وهو = ن (ن+١) / ٢ بالطريقة التاليه:

نعوض عن ن بالحد المراد جمعه وهو الحد ٣٠ يكون القانون أصبح هاكذا ٣٠ (٣١) / ٢ ونظرب ٣٠ X ٣١ = ٩٣٠ ثم نقسم الناتج على ٢ يكون الناتج النهائي هاكذا = ٤٦٥ أي ٣٠ (٣١) / ٢ = ٤٦٥ لذالك نعرف أن القانون ن (ن+١) / ٢ يستخدم للأعداد ذات الدرجه ١

الحالة الثانيه: هي حالة الحدود التي لها الاس٢ معناته نستخدم أو نطبق القانون الثاني ن (ن+١)(٢ن+١) / ٦ بالطريقة التاليه:

نفس طريقة حل الاول لاكن أنتبه لطريقة تركيب القانون.نعوض عن ن بـالحد المراد جمعه وهو ٣٠ يكون القانون والناتج النهائي أصبح كما يلي

٣٠(٣١)(٦١) / ٦ = ٩٤٥٥ بسهوله تامه نعوض عن ن بالحد ثم نرى ماذا يطلب القانون هل ندبل الرقم أو نزود عليه ١ وهاكذا الى أن يتمم القانون مراده من الحدود ثم تجري عملية الظرب والقسمه ويظهر الناتج النهائي للحد المراد ناتجه . لذالك نعرف أن القانون ن (ن+١)(٢ن+١) / ٦ يستخدم للأعداد ذات الدرجه ٢ والتي تكون مربعات الحدود.

الحالة الثالثه: وهي حالة الحدود التي لها الاس ٣ معناته نستخدم أو نطبق القانون التالي (ن (ن+١) /٢) X (ن (ن+١) / ٢) وبالتعويض عن ن = ٣٠ يكون الجواب كما يلي:

(٣٠ (٣١) /٢) X (٣٠ (٣١) / ٢)

٤٦٥ X ٤٦٥ = ٢١٦٢٢٥ بسهولة تامه ظرب الحدود ٣٠ و ٣١ ببعضها ثم قسمها على ٢ وأنزل النواتج وظربها مره أخرى وطلع الناتج ٢١٦٢٢٥ وهاكذا. لذالك نعرف أن القانون (ن (ن+١) /٢) X (ن (ن+١) / ٢) يستخدم للأعداد ذات الدرجه ٣ والتي تكون معكبات الحدود.

ملاحظة:- لاتحاول حفظ القانون. حاول فهم القانون بـــ ماذا يريد وكيف أظع وأين أظع ومااذا أفعل بعد ما أظع.....وهاكذا لانك راح تستخدم بعض القوانين في مسائل أخرى شوي فيها لبس راح تتعرف عليها في الاسفل هيا بنا >_<

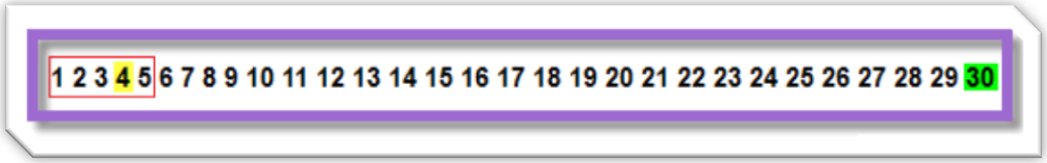
مثال (٢) مطلوب أيجاد مجموع الحدود التاليه:

١- ٣٠ ..... ٧ ، ٦ ، ٥

٢- ٤^{2} ، ٥^{2} ، ٦^{2} ..... ٢٠^{2}

الحل:

(١) بالنسبه للحاله الاول نجد أن المطلوب إيجاد مجموع الحدود من الحد الخامس حتى الحد الثلاثين للأعداد ذات الدرجه الاولى أي الاسس ١ وكما قلنا سابق لابد أن تبدى الحدود من الحد الاول ولذالك يكون الحل للحالة الاولى ذات الدرجه الاولى للأسس١ كما يلي:
مجموع الحدود من ١ الى ٣٠ — مجموع الحدود من ١ الى ٤ وبأستخدام قانون المجموع للدرجة الاول يكون الناتج كما يلي:

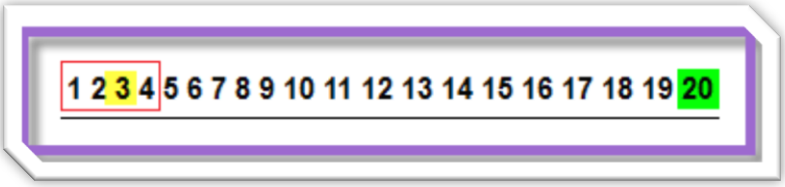


(٣٠)(٣١) / ٢) — (٤)(٥) / ٢)

= ٤٦٥ — ١٠ = ٤٥٥

نعرف بهذا الفقرة أن العمليه تقلب الى ناقص بعد أجراء الظرب والقسمه وأستخلاص النواتج.

(٢) بالنسبه للحاله الثانيه نجد المطلوب هو أيجاد مجموع الحدود أبتداء من الحد ٤ حتى الحد ٢٠ للأعداد ذات الدرجة الثانيه أي الاسس ٢ ولذالك مجموع الحدود من ١ الى ٢٠ — مجموع الحدود من ١ الى ٣ وبتطبيق قانون المجموع للدرجة الثانيه ن (ن+١)(٢ن+١) / ٦ يكون الناتج كما يلي:



(٢٠)(٢١)(٤١) / ٦) — (٣ (٤) ٧) / ٦)

= ٢٨٧٠ — ١٤ = ٢٨٥٦

ملاحظة:-

١- حينما يطلب أيجاد المجموع لحدود معينه.مثلا (واحد أثنين ثلاث أربعه ..... عشرين) شاهد الاس من أي درجه حتى تستخدم القانون تبعه لحل السؤال ولاكن هذه الحاله يتم فيها فقط عمليات الظرب والقسمه فقط.. وعندما يطلب مجموع الحدود مثلا (خمسه سته سبعه .....عشرين) عندها أعرف أن الحدود لم تبدا من البدايه لذالك نستخدم القانون ن (ن+١) / ٢ لنهاية الحد العشرين مره وقبل بداية الحد المنتصف مره يعني اربعه خمسه...وهاكذا لاكن العمليه تصبح بعد الظرب والقسمه ناقص ! هنا أيظا شاهد الاس من أي نوع حتى تستخدم القانون تبعه.

٢- لاحظ المجموع هل هو من الدرجه الاول أو الثانيه أو الثالثه حتى تستطيع أستخدام القانون المخصص له وحل المسئلة !

٣- لاحظ بداية مجموع الحد ومالمطلوب في السؤال قبل أن تبدى الحل على حسب وجهة نظرك.فمثلا من الممكن أن ياتي سؤال كتابيا هاكذا (المطلوب أيجاد المجموع من الخمسه الى العشرين) عندها يكون الحل كذا ١ :٢٠ — ١ : ٤ = ٢١٠ — ١٠ = ٢٠٠ ...

مثال (٣) أوجد مجموع مكعبات الارقام من الحد السادس الى الحد العشرين:

الحل:

الحدود لاتبدا من الرقم ١ ولذالك يكون المجموع كما يلي:

المجموع من ١ : ٢٠ — ١ : ٥ لقانون الدرجة الثالثه (ن (ن+١) /٢) X (ن (ن+١) / ٢)

= (٢٠ (٢١) /٢) X (٥ (٦) / ٢)

= ٢(٢١٠) — ٢(١٥)

= ٤٤١٠٠ — ٢٢٥ = ٤٣٨٧٥

مثال (٤) أوجد مجموع الحدود من ٥ : ٣٠ لمربعات الحدود مرة وللمكعبات مرة أخرى:

الحل:

المجموع المطلوب من ١ : ٣٠ — المجموع ١ : ٤ وذالك لمربعات الحدود مره وللمكعبات الحدود مره كما يلي:

١- في حالة مربعات الحدود نستخدم القانون ن (ن+١)(٢ن+١) / ٦

(٣٠ (٣١)(٦١) / ٦) — (٤ (٥) (٩) / ٦)

= ٩٤٥٥ — ٣٠ = ٩٤٢٥

٢- في حالة مكعبات الحدود نستخدم القانون (ن (ن+١) /٢) X (ن (ن+١) / ٢) كما يلي:

(٣٠ (٣١) /٢) X (٣٠ (٣١) / ٢) — (٤ (٥) /٢) X (٤ (٥) / ٢)

= (٤٦٥ X ٤٦٥) — (١٠ X ١٠)

= ٢١٦٢٢٥ — ١٠٠ = ٢١٦١٢٥

- لمربعات الحدود يستخدم القانون التالي ن (ن+١)(٢ن+١) / ٦ مره للحد الاول ومره للحد الثاني المنصف
- للمكعبات الحدود يستخدم القانون التالي (ن (ن+١) /٢) X (ن (ن+١) / ٢) مره للحد الاول ومره للحد الثاني المنصف
- لذالك نعرف أن مجموع قوى الاعداد الطبيعه الذي يحسب الحدود يستخدم اولا الظرب ثانيا القسمه ثالثا الطرح ثم الناتج.

" تمارين الوحده الثانيه "

(١) مربعات الحدود من الحد العاشر الى الحد العشرين.

الحل:

(٢٠)(٢١)(٤١) ٦) — (٩)(١٠)(١٩) / ٦)

= ٢٨٧٠ — ٢٨٥ = ٢٥٨٥

(٢) مكعبات الحدود من الحد السادس الى الحد الثلاثين.

الحل:

بما أن الحدود غير متتالية فأن المجموع يكون من ١ : ٣٠ — ١ : ٥ وبااستخدام قانون الدرجة الثالثة (ن(ن+١)/٢) X (ن(ن+١)/٢) كما يلي

الطريقة الاولى

١ : ٣٠

(٣٠(٣١)/٢) X (٣٠(٣١)/٢)

١ : ٥

(٥(٦)/٢) X (٥(٦)/٢)

يكون الناتج =

(٤٦٥X٤٦٥) — (١٥X١٥)

والناتج الاخير يكون

٢١٦٢٢٥ — ٢٢٥ =٢١٦٠٠٠

الطريقة الثانيه

$$\left[\frac{\text{ن (ن+١)}}{٢}\right]^{٢}$$

$$= \frac{(٣١)٣٠}{٢} \text{ (—) } \frac{(٦)٥}{٢}$$

$$= (٤٦٥)^{٢} \text{ (—) } (١٥)^{٢}$$

$$= ٢١٦٢٢٥ \text{ (—) } ٢٢٥$$

$$= ٢١٦٠٠٠$$

تم أظافة الطريقه الثانيه للعلم فقط بالامكان أتباع نفس طريقة الحل لهذه الطريقه لبقية المسائل وهي أختصار للحل وتختصر المشوار☺

بقية التمارين في صـ ٢٩ نفس طريقة حل السابق سهله ☹

" الوحدة الثالثة: المتواليه الحسابيه + تعريفها أمثله + مجموع حدود المتواليه الحسابيه "

المتواليه الحسابيه: هي مجموعة من الحدود العدديه المتتاليه (موجبه وسالبه) بحيث يكون فيها الفرق بين أي حد والحد السابق له مباشرة مساويا لمقدار ثابت يعرف باساس المتواليه ويلق عليه حرف (د) ويرمز للحد الاول في المتواليه بالحرف (أ) والحد الاخير بالحرف (ل) كما يرمز لعدد الحدود بالحرف (ن) والمجموع بالرمز مج .

مثال للمتواليه الحسابيه:

٤ ، ٩ ، ١٤ ، ٣٩

ويكون الحد الاول (أ) = ٤ والاساس (د) = ٥ والحد الاخير (ل) = ٣٩

ويمكن كتابة حدود المتواليه الحسابيه من واقع الارقام بالحروف أو كما يسميها الدكتور الرموز☹ كما يلي:

أ ، (أ+د) ، (أ+٢د) ، (أ+٣د) ،.....ل

ويمكن معرفة قيمة أي حد من خلال معادلة الحد العام وهي ح ر= أ + (ر—١) د حيث (ح) حد.وحيث يشير(ر) الى رتبة أو رقم الحد المراد أيجاد قيمته و (أ) الحد الاول، و (ر—١) الحد المراد أيجاد قيمته تنقص منه ١ (د) اساس المتواليه.

مثال (أ) للمتواليه الحسابيه

- ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، .....
- ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، .....
- ٢ ، ٧ ، ١٢ ، ١٧ ،.....

١- المتواليه الاول حدها الاول أ = ٤ والاساس د = ٤ وقيمة الحد التاسع مثلا = ح٩ = أ + ٨ د = ٤ + ٨ X ٤ = ٣٦

٢- المتواليه الثانيه حدها الاول أ = ٣ والاساس د = ٣ والحد التاسع مثلا = ٣ + ٨ X ٣ = ٢٧

٣- المتواليه الثالثه حدها الاول أ = ٢ والاساس د = ٥ والحد التاسع مثلا = ٢ + ٨ X ٥ = ٤٢

مجموع حدود المتواليه الحسابيه القوانين

١- الصيغة الاول: مجموع أي متواليه حسابيه عدد حدودها ن وحدها الاول أ وحدها الاخير ل هو : = مج ن / ٢ (أ + ل)

٢- الصيغة الثانيه: وهي تعتمد على أساس المتوالية د كما يلي مج = ن / ٢ { ٢ X أ + (ن ــ ١) د }

مثال (١) المتواليه التاليه ٥ ، ٩ ، ١٣ ، ..... المطلوب الحد العاشر ، ومجموع أول عشرين حدا منها .

الحل: هذه المتواليه حدها الاول أ = ٥ والاساس د = ٩ ــ ٥ = ١٣ ــ٩ = ٤

لذالك الحد العاشر = ٥ + (١٠ ــ١) X ٤

= ٥ + ٩ X ٤ = ٤١

ومجموع أول عشرين حد منها من خلال القانون التالي مج = ن / ٢ { ٢ X أ + (ن ــ ١) د } كما يلي:

٢٠ /٢ { ٢ X ٥ + (٢٠ ــ١) د }

= ١٠ (١٠ + ١٩ X ٤)

= ١٠ X ٨٦ = ٨٦٠

فقط شوية تركيز على كيفية أدخال المجموع والحد الاول والاساس للقانون وكيفية أجراء الظرب والقسمه والجمع طبقا للأشارات أن شاء الله راح تفهم .

مثال (٢) أوجد مجموع المتواليه العدديه التى حدها الاول ٣ وحدها الاخير ٨١ وعدد حدودها ٩ حدود

الحل: من خلال القانون التالي مج = ن / ٢ (أ + ل) كما يلي:

= ٩ / ٢ (٣ + ٨١)

= ٤,٥ X ٨٤ = ٣٧٨

هذا النوع من المثال لايحتاج الى توظيح فقط أستخدم القانون وأجري العمليات الحسابيه الحد الاول أ =٣ والاخير ل=٨١ وعدد الحدود = ح٩.

مثال (٣) للمتواليه التاليه: ٩ ، ٦ ، ٣ ..... والمطلوب حساب الحد السابع والعاشر ومجموع ٢٠ حدا منها ؟

هذه المتواليه عكس أي الارقام معكوسه تبدا بالتنازل يكون الحد الاول فيها هو ٩ وليس كما تعودنا في المتواليه التي تبدا بالترتيب وهنا تقلب العمليه الى سالب ويكون الحل كما يلي:

١- اولا الاساس د = ٦ — ٩ = —٣ <<<< كيفية أستخراج الاساس من هذه المتواليه يتحول الى سالب لانه عدد صحيح سالب.

والحد السابع = ح٧ = أ + ٦ (د) <<<< كما تعلمنا لاستخراج حد واحد فقط نستخدم هذا القانون.

= ٩ + ٦ (ـ٣) = ٩ — ١٨ = — ٩ << ناتج الحد السابع. ٦ x — ٣ = — ١٨ والحد الاول٩ — ١٨ = —٩ أذا أختلفة الاشارات نطرح ونظع الكبير

والحد العاشر = ح١٠ = أ + ٩ (د) <<<< كما تعلمنا لاستخراج حد واحد فقط نستخدم هذا القانون.

= ٩ + ٩ (— ٣) =٩ — ٢٧ = — ١٨ <<< ناتج الحد العاشر٩ x —٣ = —٢٧ والحد الاول٩ —٢٧ = —١٨ وهاكذا

ومجموع ٢٠ حدا = ن / ٢ (الحد الاول + الحد الاخير)

على أعتبار الحد الاخير هو رقم ٢٠ ولذالك يتم حسابه أولا كما يلي:

ح ٢٠ = أ + ١٩ (د) <<< أستخدم هذا القانون بالاول للحد العشرين

= ٩ + ١٩ (— ٣) = ٩ — ٥٧ = — ٤٨ <<< ١٩x —٣ = —٥٧ والحد الاول٩ —٥٧ = —٤٨

لذالك المجموع المطلوب:

= ١٠ (٩ — ٤٨) <<< ثم بأستخدام القانون ن/٢ (أ+ل) الحد الاول ٩ — ٤٨ = —٣٩ تنزل تحت مع العشرة ويتم ظربهم

= ١٠ (— ٣٩) = — ٣٩٠ <<< ظرب ١٠ X —٣٩ = —٣٩٠ ... لمثل هذا المثال لايحتاج الى شرح كثير فقط أفهم المطلوب وأحفظ القوانين.

مثال (٤) متواليه عدد حدودها ١٦ حدا وحديها الاول والثاني على الترتيب هما ١١ ، ٨ والمطلوب حدها التاسع والحد الاخير ومجموع حدودها:

الحل: هذه المتواليه عكس الارقام. مثل المثال السابق لاكن طريقة الحل تختلف نفس القوانين لاكن اختلاف بصيط تابع راح تفهم ان شاء الله.

عدد حدود المتواليه = ١٦ حدا والحد الاول (أ) = ١١ وأساس المتواليه (د) = ٨ — ١١ = —٣ <<< أساس المتواليه عدد صحيح سالب

لذالك الحد التاسع = أ + ٨ د = ١١ + ٨ (—٣) <<< كما تعلما سابق نستخدم هذا القانون للحد الواحد فقط !

= ١١ — ٢٤ = —١٣ <<< ناتج الحد السابع ٨ x —٣ = —٢٤ والحد الاول ١١ — ٢٤ = —١٣

والحد الاخير (ل) هو الحد السادس عشر = أ + ١٥ (د) <<< استخدم القانون للحد الواحد فقط

= ١١ + ١٥ (—٣) = ١١ — ٤٥ = — ٣٤ <<< ناتج الحد ٢٠ مجموع الحدود ١٥ x —٣ =—٤٥ والحد الاول ١١ — ٤٥ = —٣٤

ومجموع حدودها والذي يبلغ عددها ١٦ حدا

= ن /٢ (أ + ل) = ٨ (١١ — ٣٤) = ٨ (— ٢٣) = — ١٨٤ <<< الحد الاول ١١ ناقص ناتج الحد الاخير —٣٤ = —٢٣ الحد الثاني من المتواليه ٨ x ناتج مجموع حدودها —٢٣ = — ١٨٤

وهذه طريقة حل المسئله التي تطلب الحد الواحد أكثر من مره والحد الاخير ومجموع حدودها يعني الشغله فقط حفظ وفهم القوانين وطريقة الحل فقط

" تمارين الوحده الثالثه "

مثال (٢) متوالية عدديه حدودها كما يلي: ٦,١٠,١٤,١٨..... والمطلوب:

- أساس المتواليه ثم حدها التاسع
- مجموع العشرة حدود منها

الحل: أولا حدها الاول أ=١٨ الاساس= د ١٤ — ١٨ &٦ — ١٠ = —٤

والحد التاسع ١٨+ ٩—١ X(— ٤)

= ١٨+ ٨ X —٤ = —١٤

ومجموع العشرة حدود منها نستخرجه من خلال القانون التالي مج = ن/٢(أ+ل) كما يلي

= ٢/١٠ (١٨+ (— ١٨)

= ٥ X ٠

= ٠

مثال (٢) متواليه عدد حدودها ٢٠ حدا وحدها الاول ٦ وأساسها ٥ والمطلوب

- حدها الاخير: ٦ + ١٩ x ٥ = ١٠١
- الحد التاسع: ٦ + ٨ x ٥ = ٤٦
- مجموع الحدود: ٢/٢٠ (٦ + ١٠١) = ١٠ x ١٠٧ = ١٠٧٠

هذا التمرين لم أتاكد من حله هل هو يقلب الى سالب أم يبقى موجب لاكن يجب التحري على كل حال لان فيه لبس ☹

" الوحدة الرابعه: المحددات تعريف المحدد+ رتبة المحدد+قيمة المحدد+خواص المحددات "

تعرف المحدد: هو عبارة عن عدد من العناصر المرتبه في شكل صفوف وأعمدة بين خطين متوازيين | | بشرط ان يكون عدد الصفوف مساويا لعدد الاعمدة لذالك المحدد مربع

رتبة المحدد: أذا أحتوى المحدد على صفين وعامودين يكون من الرتبه الثانيه وأذا أحتوى على ثلاث صفوف وثلاث أعمدة يكون من الرتبه أو الدرجه الثالثه وهاكذا. ومحور الحديث في هذا الموضوع عن المحدد الثنائي والثلاثي.

أولا قيمة محدد الدرجه الثانيه: يتكون محدد الدرجه الثانيه من أربعة عناصر مرتيه في صفين وعمودين ويكون على لشكل التالي:

$$\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

قيمة المحدد = (٤ X ٥) — (٢ X ٦) >>> نحفظ ان قيمة المحدد من الدرجه الثانيه بانها تحسب ناقص بعد حاصل الظرب وننتبه أذا فيه أشارات !

= ٢٠ — ١٢ = ٨

وهاكذا يكون أستخراج قيمة محدد من الدرجه الثانيه سهله صح ☺

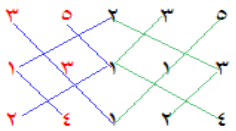
ثانيا قيمة محدد من الدرجه الثالثه: فمثلا لدينا المحدد الثلاثي التالي

٥	٣	٢
٣	١	١
٤	٢	١

تستطيع الحصول على قيمة هذا المحدد من خلال طريقة تسمى (طريقة الاقطار) وفيها تكرر أول عمودين من اليمين وتظعهم في اليسار ويصبح كما يلي

٥	٣	٢	٥	٣
٣	١	١	٣	١
٤	٢	١	٤	٢

مخطط الاستبيان



وتكون قيمة المحدد = مجموع حاصل ظرب عناصر الاقطار الرئيسيه — مجموع حاصل ضرب عناصر الاقطار العكسيه كما يلي:

أولا مجموع حاصل ضرب عناصر الاقطار الرئيسيه:

(٢ X ٣ X ٢) + (٤ X ١ X ٣) + (١ X ١ X ٥)

= ٥ + ١٢ + ١٢ = ٢٩

ثانيا مجموع حاصل ضرب عنصار الاقطار العكسيه:

(٤ X ١ X ٢) + (٢ X ١ X ٥) + (١ X ٣ X ٣)

٩ + ١٠ + ٨ = ٢٧

ثم قيمة المحدد =

ناتج الاقطار الرئيسيه — ناتج الاقطار العكسيه:

٢٩ — ٢٧ = ٢

مثال (١) أوجد قيمة المحدد التالي:

٢	٣	٥ —
٣	١	١ —
٤	٢ —	١

الحل: نكرر أول عامودين من اليمين ونظعهم في اليساركما يلي:

٢	٣	٥ —	٣	
٣	١	١ —	٣	١
٤	٢ —	١	٤	٢ —

وتكون قيمة المحدد = مجموع حاصل ظرب عناصر الاقطار الرئيسيه — مجموع حاصل ضرب عناصر الاقطار العكسيه كما يلي:

أولا مجموع حاصل ضرب عناصر الاقطار الرئيسيه:

(— ٥ X ١ X ١) + (٣ X ١ — X ٤) + (٢ X ٣ X ٢ —) <<< طبعا أذا ظربة عنصر في عنصر وفيه سالب ينزل مع الناتج السالب لاي عنصر

= — ٥ + — ١٢ + — ١٢ = <<<< لاتنسى قاعدة الاشارات أذا تشابهة الاشاارت نجمع

= — ٥ — ١٢ — ١٢ = — ٢٩ <<<< لاتنسى قاعدة الاشارات أذا تشابهة الاشاارت نجمع

ثانيا مجموع حاصل ضرب عنصار الاقطار العكسيه:

(٣ X ٣ X ١) + (— ٥ X ١ — X ٢) + (٢ X ١ X ٤)

٩ + — ١٠ + ٨ = <<<< أكيد تذكر قاعدة الاشارات أذا تشابهة الاشارات نجمع وأذا أختلفة نطرح وهنا ٩ و ٨ موجب متشابهات نجمعهم !

١٧ — ١٠ = ٧

ولذالك تكون قيمة المحدد

= — ٢٩ — ٧ = — ٣٦ <<< أحفظ طريقة الحل هنا أذا جاء في النواتج وحده جمع ووحده ناقص أغلب اشارت الموجب الى سالب كما ترى !

خواص المحددات

١- قيمة المحدد تساوي صفر إذا كانت جميع عناصر الصف أو العامود أصفار
٢- قيمة المحدد تساوي صفر إذا تشابه أو تناسب عناصر أي صفين أو عامودين ومعنى تناسب مثلا الصف التالي ١ ، ٢ ، ٣ يناسب الصف التالي ٢ ، ٤ ، ٦ وهاكذا لاي عامود أو صف
٣- لاتتغير قيمة المحدد إذا وظعنا الصفوف مكان الاعمدة أو الاعمدة مكان الصفوف.
٤- لاتتغير قيمة المحدد العدديه أذا حركنا أحد الصفوف أو أحد الاعمدة ولكن ربما قد تتغير الاشارة أو قد لاتتغير

أمثلة على خواص المحددات

٦	٣	٠		١	٢	٣		٤	٥	٢
١	٤	٠		١	٥	٤		٢	٣	١
٤	٢	٠		١	٢	٣		٦	٢	٣
(١)				(٢)				(٣)		

١- قيمة المحدد الاول تساوي صفر طبقا للخاصيه الاولى ((قيمة المحدد تساوي صفر إذا كانت جميع عناصر الصف أو العامود أصفار))

٢- قيمة المحدد تساوي صفر لتشابه عناصر الصف الاول مع عناصر الصف الاخير.

٣- قيمة المحدد صفر لوجود علاقة تناسبيه بين العامود الاول والثالث حيث العامود الاول نصف الثالث أوالثالث ظعف الاول.

" تمارين الوحده الرابعه "

(١) أوجد رتبة المحددات التاليه ، ثم أحسبي القيمة :

٥	ـ٢	١		،		٢	ـ٤
٦	٢	٤				١	ـ٢
٧	١	٢					

أ - **الحل:** المحدد من الرتبه الثالثه. يتم توزيع أول عامودين من اليمين ووضعهم في اليسار كما يلي:

٥	ـ٢	١	٥	ـ٢	
٦	٢	٤	٦	٢	
٧	١	٢	٧	١	

مجموع ظرب الاقطار الرئيسيه ــ مجموع ظرب الاقطار العكسيه

أولا مجموع حاصل ضرب عناصر الاقطار الرئيسيه:

(١X٦X١) + (٧X٤X٢ـ) + (٢X٢X٥)

= ٦ + ٥٦ـ + ٢٠

= ٢٦ ـ٥٦ = ـ٣٠

ثانيا مجموع حاصل ضرب عنصار الاقطار العكسيه:

(٧X٢X١) + (١X٤X٥) + (٢X٦X٢ـ)

= ١٤ + ٢٠ + ٢٤ـ

١٠ = ٣٤+ ٢٤ـ

ولذالك تكون قيمة المحدد:

٤٠ـ = ١٠ ـ ٣٠ـ

هذا المثال لسة متاكد من حل القيمه تبعه هل هي تبقى الاشارات أم تتغير ـ١٠ الى موجب وتصبح نتيجة المحدد ـ٢٠ لذالك وجب التنبيه !

ب - **الحل** رتبة المحدد من الدرجه الثانيه. وقيمة المحدد

(٢X١) ـ (٢ـX٤ـ)

٦ـ = ٢ـ ـ٨

(٢) باستخدام خواص المحددات ، تعرف على قيمة المحددات التاليه:

٢	١	٣		،		١	٣	١
١	ـ٢	٣				٣	١	٣
٤	٢	٦				٣	٢	٣

١- قيمة المحدد الاول تساوي صفر لتناسب الصف الاول بالصف الاخير

٢- تساوي قيمة محدد

(٣) محدد عناصر صفوفه على الترتيب:

(٢ ، ـ١ ، ٥) ، (٣ ، ٣ ، ٦) ، (ـ٢ ، ١ ، ـ١)

والمطلوب التعرف على رتبة هذا المحدد ثم أيجاد قيمته.

الحل: نكرر أول عامودين ونظعهم يسار المحدد. ثم مجموع حاصل ظرب الاقطار الرئيسيه ـ مجموع حاصل ظرب الاقطارالعكسيه.كما يلي:

٢ ـ١ ٥ ٢ ـ١

٣ ٣ ٦ ٣ ٣

ـ٢ ١ ـ١ ـ٢ ١

مجموع حاصل ظرب الاقطار الرئيسيه

(١ـX٣X٢) + (ـ١X٦X ـ٢) + (١X٣X٥)

ـ٦ + ١٢ـ + ١٥ =

= ـ١٨ +١٥ = ـ٣

مجموع حاصل ظرب الاقطارالعكسيه

(ـ١X٣X ـ١) + (١X٦X٢) + (ـ٢X٣X٥)

ـ٣ + ١٢ + ٣٠ـ =

= ـ٣٣ +١٢ = ـ٢١

ولذالك تكون قيمة المحدد:

ـ٣ ـ٣٣ = ـ٣٦

" الوحده الخامسه: المصفوفات + تعريف المصفوفه+ رتبة المصفوفه+عمليات المصفوفات+الجمع والطرح+ضرب المصفوفات "

تعريف المصفوفة

المصفوفة هي عدد من العناصر المرتبه بشكل صفوف وأعمدة بين قوسين [ ] بحيث لايشترط تساوي عدد الاعمدة مع عدد الصفوف. لذالك المصفوفة قد تكون مربعة إذا كان عدد الصفوف يساوي عدد الاعمدة وقد لا تكون مربعه إذا كان عدد الاعمدة لايساوي عدد الصفوف >_<

رتبة المصفوفه:

نتعرف على رتبة المصفوفه من خلال معرفة عدد الصفوف وعدد الاعمدة ،فإذا كانت المصفوفه تحتوي على صفين وثلاث أعمدة كانت المصفوفه من الدرجه أو الرتبه ٢X ٣ أما لو كانت المصفوفه مكونه من ثلاث صفوف وثلاث أعمدة كانة من الدرجه أو الرتبه ٣X ٣وكانت مربعه

عمليات المصفوفه

ونقصد بعمليات المصفوفات الجمع والطرح والضرب والقسمه

الجمع والطرح

حتى نجمع أو نطرح مصفوفه مع مصفوفه أخرى لابد أن تكون المصفوفتان من نفس الرتبة وذالك لكي نجد لكل عنصر مناضر له يجمع عليه أو يطرح منه ☺

مثال (١) مطلوب جمع المصفوفتين التاليتين:

[٣ ١ ٤] + [٢ ١ ٣]

٢ ٥ ٤ ١ ٥ ٦

الحل: يتم جمع كل عنصر من المصفوفه الاولى على العنصر المناضر له في المصفوفه الثانيه لنحصل على الناتج التالي:

[٥ ٢ ٧]

٣ ١٠ ١٠

والطرح

[٣ ١- ٤] – [٢- ١ ٣]

٢ ٥ ٤- ١ ٥- ٦

الحل:

[٥ ٢- ١]

١ ١٠- ١٠-

بالنسبه لحل مسائل الطرح في المصفوفه أنظر الى الاشارة أذا بداءت بالسالب فالجواب بالسالب وأذا بداء بالموجب فالجواب بالموجب مع ملاحظة أشارة الطرح التي تاتي في منتصف المصفوفات ..فإذا لايوجد أشارات مع العناصر تجري عمليات الطرح مباشره بين العناصر وأكرر وأقول لو بداء العنصر ومعه اشارة سالب تجمع وتظع الاشارة.

ظرب المصفوفات

لكي يتم الظرب والقسمه يجب توفر شرط وهو ضرورة أن يكون عدد صفوف المصفوفة الاولى مساويا لعدد أعمدة المصفوفة الثانيه. ويتم الضرب والقسمه من خلال ضرب عناصر كل صف من صفوف المصفوفه الاولى في عناصر كل عمود من أعمدة المصفوفه الثانيه ثم نجمع هذه النواتج لنحصل على عناصر المصفوفه الجديده التي تمثل مصفوفه ناتج الظرب.

مثال (٢) أوجد ناتج ضرب المصفوفتين التاليتين:

[٣ ١ ٤] X [٢ ١]

٢ ٥ ٤ ١ ٥

٢ ٤

الحل: المصفوفه الاول من الرتبه ٢ X ٣ والمصفوفه الثانيه من الرتبه ٣ X ٢ وهذا يعني أن عدد صفوف الاولى مساويا لعدد أعمدة الثانيه..وبالتالي شرط الظرب متوفر ويتم الظرب كما يلي:

١- القيمة الاول في الصف الاول للمصفوفة الجديده =

(٢X٣) + (١X١) + (٤X٤)

٢٣=١٦+١+٦

٢- القيمة الثانيه في الصف الاول للمصفوفه الجديده =

(١X٣) + (٥X١) + (٢X٤)

١٦ = ٨+٥+٣

٣- القيمه الاول في الصف الثاني للمصفوفة الجديده =

(٢X٢) + (١X٥) + (٤X٤)

٢٥ = ١٦+٥+٤

٤- القيمه الثانيه في الصف الثاني للمصفوفة الجديده =

(١X٢) + (٥X٥) + (٢X٤)

٣٥ = ٨+٢٥+٢

وللذالك تكون المصفوفه الجديده كما يلي:

[٢٣ ١٦]

٣٥ ٢٥

وهنا نلاحض أن رتبة المصفوفه الجديده من نفس رتبة شرط الضرب أي عبارة عن عدد صفوف المصفوفه الاولى وعدد أعمدة المصفوفه الثانيه !

مثال (٣) مطلوب ناتج ضرب المصفوفتين التاليتين =

[٣ ١] X [٢ ١ ٣]

٠ ٥ ١ ٥ ١

١ ٢

الحل:

١- القيمة الاولى في الصف الاول للمصفوفة الجديده =

(١X١) + (٢X٣)

١+٦ = ٧

٢- القيمه الثانيه في الصف الاول للمصفوفه الجديده =

(٥X١) + (١X٣)

٥+٣ = ٨

٣- القيمه الثالثه في الصف الاول للمصفوفه الجديده =

(١X١) + (٣X٣)

١+٩ = ١٠

٤- القيمه الاولى في الصف الثاني للمصفوفه الجديده =

(٥X٥) + (٢X٠)

٢٥+٠ = ٢٥

٥- القيمه الثانيه في الصف الثاني للمصفوفه الجديده =

(١X٥)+ (٣X٠)

٥+٠ = ٥

٦- القيمه الثالثه في الصف الثاني للمصفوفه الجديده =

(١X٥)+ (٣X٠)

٥+٠ = ٥

٧- القيمه الاولى في الصف الثالث للمصفوفه الجديده =

(١X٢) + (٢X١)

٢+٢ = ٤

٨- القيمه الثانيه في الصف الثالث للمصفوفه الجديده =

(٥X٢) + (١X١)

١٠+١ =١١

٩- القيمه الثالثه في الصف الثالث للمصفوفه الجديده =

(١X٢) + (٣X١)

٥ = ٢+٣

ولذالك فإ المصفوفه الجديده تكون كما يلي

[٧ ٨ ١٠]

٥ ٢٥ ٥

٥ ١١ ٤

أي أن رتبة مصفوفة ناتج الضرب تتكون من رتبة عدد صفوف المصفوفه الاولى وعدد أعمدة الثانيه..

" تمارين الوحده الخامسه "

١ – مالفرق بين المحدد والمصفوفه ؟

المحدد عبارة عن عدد من العناصر المرتبة في شكل صفوف وأعمدة بين خطين متوازيين | |

المصفوفه عبارة عن عدد من العناصر المرتبة في شكل صفوف وأعمدة بين قوسين متوازيين [ ]

٢- أوجد رتبة المصفوفات التاليه:

[٣ ١] ، [٤ ١ ١–]

٥ ٠ ١ ٢ ١

٢ ١

٢X٣ ٣X٢

[٣] ، [٣ ١ ٢]

٠

١

١X٣ ٣X١

٣- أوجدي ناتج العمليات التاليه:

١- [١ ٣] + [١ ٢] الحل [٢ ٥]

٠ ٥ ١ ٥ ١٠ ١

١ ٢ ٤ ٢– ٦ ١–

٢- [٢ ١] X [٢– ١ ٥]

١ ٤ ١ ٥ ١

١ ٢

الحل:

١- القيمه الاول في الصف الاول للمصفوفه الجديده =

(٢X٥) + (١X١)

١٠+١= ١١

٢- القيمه الثانيه في الصف الاول للمصفوفه الجديده =

(١X٢) + (١X٥)

٥+٢ = ٧

٣- القيمه الثالثه في الصف الاول للمصفوفه الجديده =

(٢X٢-) + (١X١)

٤+١= ٣-

٤- القيمه الاول في الصف الثاني للمصفوفه الجديده=

(١X٤) + (١X٥)

٤+٥ = ٩

٥- القيمه الثانيه في الصف الثاني للمصفوفه الجديده =

(٤X٥) + (١X١)

٢٠+١ = ٢١

٦- القيمه الثالثه في الصف الثاني للمصفوفه الجديده=

(٤X١) + (٢-X١)

٤+٢- = ٢

٧- القيمه الاولى في الصف الثالث للمصفوفه الجديده=

(٢X٥) + (١X١)

٢+٥ = ٧

٨- القيمه الثانيه في الصف الثالث للمصفوفه الجديده =

(٢X٥) + (١X١)

١٠+١ = ١١

٩- القيمه الثالثه في الصف الثالث للمصفوفه الجديده =

(٢X١) + (٢-X١)

٢+٢- = ٠

أذا فالمصفوفه الجديده هي:

[١١ ٧ -٣]

٢١ ٩ ٢

١١ ٠ ٧

- نعرف بإن المصفوفات يتم فيها الظرب ثم جمع نواتج الظرب لتتكون لدينا مصفوفه جديده
- المصفوفات في الجمع والطرح والظرب أذا أختلفتا فيها الاشارات نسير على قواعدها !
- أحفظ طريقة الحل لانواع المصفوفات باذن الله تحل في الاخبار وأنتبه الى الاشارات

طبعا مقلوب المصفوفات محذوف من الترم على كلام الدكتور

" الوحده السادسه والاخيره: طرق حل المعادلات+تعريف المعادلة+طريقة المحددات+طريقة المصفوفات "

تعريف المعادله:

المعادلة هي متساويه يعني بها طرفين ودائماً بها مجهول نريد معرفة قيمته. ولذالك يعني حل المعادلة أي معرفة قيمة المجهول الذي تحتويه المعادلة فمثلا: المعادلة ٤س + ٥ = —١ هي معادلة من طرفين وتحتوي على مجهول واحد وهو س وحل هذه المعادلة يعني معرفة قيمة المجهول س الذي يحقق طرفي المعادله يعني يجعل طرفي المعادله متساويات ليتحقق بذالك معنى المعادلة أو (المتساويه) وتوجد عدة طرق سوف نستخدمها في هذا الفصل لحل المعادلات ومعرفة مجاهلها وهذه الطرق:

١- طريقة التعويض

٢- طريقة المحددات

مثال (١) المطلوب حل المعادلتين التاليتين:

(١) ٢س + ٣س = ٨

(٢) س — ٤ص = —٧

الحل:

طريقة التعويض:

لدينا معادلتان في مجهولين س و ص ونريد معرفة قيمة س و ص عن طريق حل المعادلتين بطريقة التعويض ، ولذالك من المعادلة الثانيه يمكن معرفة س بدلالة المجهول الاخر ص عن طريق وضع س في طرف وبقية الحدود الاخرى في الطرف الاخر كما يلي:

س = ٤ص —٧

وبالتعويض عن س بهذه القيمه في المعادلة الاولى (٢س + ٣س = ٨) يكون الاتي : ٢ (٤ص —٧) + ٣ = ٨

أذن : ٨ص — ١٤ + ٣ص =

أي : ١١ص — ١٤ = ٨

١١ص = ٨ + ١٤

١١ص = ٢٢ أذن ص = ٢٢ / ١١ = ٢

وبالتعويض عن ص = ٢ في أي معادلة من المعادلات الاصلية نستطيع معرفة قيمة س ففي المعادلة الاول ٢س + ٣ص = ٨

أذن ٢س + ٣ (٢) = ٨

٢س + ٦ = ٨

٢س = ٨ —٦ = ٢ أذن س = ٢ / ٢ = ١

أي أن س = ١ ص = ٢ وبالتعويض في أي معادلة نستطيع التاكد من صحة الحل ، فمثلا بالتعويض في المعادلة الاولى عن قيمة س = ١ ص = ٢ يكون الاتي:

٢س + ٣ص = ٢ (١) + ٣ (٢) = ٢ + ٦ = ٨

وهي ناتج الطرف الايسر لهذه المعادله مما يدل على صحة الحل.

طريقة المحددات:

(١) ٢س + ٣س = ٨

(٢) س — ٤ص = —٧

الحل:

١- تكوين المحدد الاساسي إيجاد قيمته وهو المحدد الذي يحتوي على معاملات س و ص وهي القيم الموجودة بجوار س و ص كما يلي:

| ٢ ٣ |

١ —٤

والقيمة هي = (٢ X —٤) — (١ X ٣)

—٨ —٣ = —١١

٢- تكوين محدد س وإيجاد قيمته وهو المحدد الذي نستبدل فيه قيم الحد المطلق وهو الحد الخالي من س و ص وموجود بالطرف الايسر للمعادلات محل العامود الاول للمحدد الاساسي كما يلي :

| ٨ ٣ |

—٧ —٤

والقيمة هي = (٨ X —٤) — (—٧ X ٣)

—٣٢ — (—٢١) = —٣٢ + ٢١ = —١١ <<<< أكيد تذكر أذا تقابلة الاشارات أكثر من مره تقلب الى موجب !

٣- تكوين محدد ص وأيجاد قيمته وهو المحدد الذي نستبدل فيه قيم الحد المطلق محل قيم العمود الثاني من المحدد الاساسي كما يلي:

| ٢ ٨ |

١ —٧

والقيمه هي = (٢ X —٧) — (١ X ٨)

—١٤ — ٨ = —٢٢

٤- للحصول على قيمة س يتم قسمة قيمة محدد س على قيمة المحدد الاساسي وكذالك قسمة قيمة محدد ص على قيمة المحدد الاساسي لمعرفة قيمة ص كما يلي:

قيمة س = —١١ / —١١ = ١

قيمة ص = —٢٢ / —١١ = ٢

وهي نفس قيمة القيم التي حصلنا عليها بطريقة التعويض سابقا:

" خاتمه "

وفي الاخير لايسعني إلا أن أقول وفق الله الدكتور معوض على المحاضرات الرائعه والمشوقه وأسلوبه الجميل في طرح محاضراته وتبصيط المعلومه للمتلقي ، ووفق الله الجميع لما يحبه ويرظاه وأخر دعوانا ان الحمد لله رب العالمين.